



Revue
Géographique
de l'Est

Revue Géographique de l'Est

vol. 39 / 4 | 1999

Les flux dans l'espace géographique

La géométrie fractale : un outil de description des réseaux, des flux et de l'accessibilité

The fractal geometry : a tool for network's analysis

Die fraktale Geometrie : ein Werkzeug für die Beschreibung der Netze, der Ströme und der Erreichbarkeit

Cyrille Genre-Grandpierre



Édition électronique

URL : <http://journals.openedition.org/rge/4285>

DOI : 10.4000/rge.4285

ISSN : 2108-6478

Éditeur

Association des géographes de l'Est

Édition imprimée

Date de publication : 1 septembre 1999

ISSN : 0035-3213

Référence électronique

Cyrille Genre-Grandpierre, « La géométrie fractale : un outil de description des réseaux, des flux et de l'accessibilité », *Revue Géographique de l'Est* [En ligne], vol. 39 / 4 | 1999, mis en ligne le 13 août 2013, consulté le 10 décembre 2020. URL : <http://journals.openedition.org/rge/4285> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/rge.4285>

Ce document a été généré automatiquement le 10 décembre 2020.

Tous droits réservés

La géométrie fractale : un outil de description des réseaux, des flux et de l'accessibilité

The fractal geometry : a tool for network's analysis

Die fraktale Geometrie : ein Werkzeug für die Beschreibung der Netze, der Ströme und der Erreichbarkeit

Cyrille Genre-Grandpierre

- 1 Économistes, industriels ou géographes s'accordent pour constater que nos sociétés contemporaines fonctionnent de plus en plus en réseaux. L'omniprésence de ceux-ci, qu'ils soient de communication ou de transport, tend à faire de l'espace davantage un semis de points reliés par des infrastructures, qu'une surface. Néanmoins, bien que leurs performances croissantes contribuent à « alimenter le mythe de l'effacement de l'espace » (Dupuy, 1996), dans la réalité, les réseaux ne s'affranchissent toujours pas totalement des distances. La prise en compte de leurs caractéristiques impose seulement de considérer de façon différente les questions relatives à la proximité entre les lieux. En effet, leur couverture spatiale inégale, la variabilité de leurs performances, introduisent de facto des différenciations spatiales fortes, qui tendent à créer de la proximité et de l'éloignement, de la centralité et de la périphérie. Les réseaux opèrent donc une disjonction entre la proximité géographique liée à la distance euclidienne et l'accessibilité liée à la proximité fonctionnelle.
- 2 Toutefois, bien que cette nécessité de prendre en compte les changements de nature de la proximité soit largement reconnue, les effets des réseaux restent souvent ignorés. Rarement pris comme objet d'étude à part entière, ils restent mal connus. Les externalités, positives ou négatives, qu'induisent les différentes morphologies, notamment sur la proximité ou la desserte spatiale, demeurent par exemple mal maîtrisées. Pourtant comme le dit Dupuy (1993), « beaucoup des performances économiques (tant pour les coûts, que du côté des utilités) se jouent dans leurs caractéristiques, leur structure interne ». L'explication de cette structure passe par la

connaissance topologique, qualitative et quantitative de l'ensemble des relations entre agents ou points du réseau. La classification et l'évaluation des performances des réseaux semblent donc devoir passer par l'élaboration d'indicateurs globaux résumant leur morphologie et leurs performances.

- 3 Par exemple, le réseau viaire d'une ville, qui constitue son « système sanguin », permet d'assurer le mouvement sur un espace limité et d'occupation intense. Une mesure traduisant de quelle façon la structure de ce réseau facilite l'accessibilité en imposant plus ou moins de « rugosité » aux déplacements par rapport à un espace isotrope, apporterait une information originale et utile pour le qualifier et l'évaluer. D'éventuelles corrélations entre friction imposée par le réseau aux déplacements et intensité de la mobilité pourraient alors être établies, afin de connaître dans quelle proportion la structure d'un réseau tend à freiner ou au contraire à induire de la mobilité.
- 4 Toutefois, l'élaboration de tels indices décrivant de façon globale un réseau s'avère difficile, car, pour être performants, ils doivent prendre en compte de multiples composantes, telles que sa structure (son maillage plus ou moins complet), la fonctionnalité de ses différents tronçons ou arcs, permettant des vitesses de déplacement différentes, mais aussi les flux qui le parcourent. En effet, ces flux conditionnent en partie l'accessibilité, puisqu'en augmentant ils tendent à diminuer la fluidité des déplacements pour devenir des générateurs de friction.
- 5 Jusqu'à présent, les indices majeurs répondant à cet objectif de description des réseaux sont issus de la théorie des graphes. Après en avoir montré les limites, nous introduirons une approche complémentaire, fondée sur le concept de la géométrie fractale, qui permettra d'élaborer un indicateur décrivant la facilité de déplacement induite par un réseau, c'est-à-dire son accessibilité. Cet indicateur sera à la fois morphologique et fonctionnel, puisqu'il tiendra notamment compte des effets des flux parcourant l'infrastructure.

I. Quelles méthodes pour décrire et évaluer les réseaux ?

A. La théorie des graphes

- 6 Depuis les années 1960, la théorie des graphes demeure la principale méthode utilisée pour étudier les réseaux. Ils sont modélisés sous forme de graphes, ensembles de sommets ou nœuds représentant les lieux reliés, et d'arcs figurant les relations entre ces sommets. Des indices, basés sur le nombre d'arcs et de nœuds, permettent de traiter des problèmes de proximité dans le réseau, c'est-à-dire de caractériser qualitativement et quantitativement les relations entre les lieux. Ces indices peuvent être locaux ou globaux.
- 7 Les indices locaux décrivent la nodalité, c'est-à-dire les relations plus ou moins nombreuses et directes entre les points. On mesure par exemple le nombre de nœuds accessibles directement, (nodalité directe), ou avec n correspondances (nodalité d'ordre n). L'approche est donc topologique, c'est-à-dire que seule la position relative des arcs et nœuds est prise en compte. Dans le calcul d'indices plus complexes, les arcs sont valués, ce qui rend nécessaire l'utilisation d'un algorithme du plus court chemin,

comme c'est le cas pour le très utilisé indice d'accessibilité nodale de Marchand A_i , qui cherche à traduire la capacité d'un point i à être atteint à partir des points j :

$$A_i = \frac{\sum_j d_{ij}}{\sum_j t_{ij}}$$

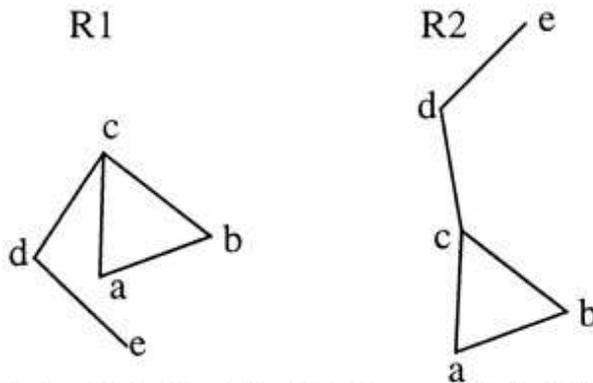
- 8 avec la distance mesurée sur le réseau la plus courte entre i et j et t_{ij} le temps mis pour parcourir la distance d_{ij} entre i et j . Ce temps de parcours est fonction de la vitesse de déplacement, donc du mode de transport utilisé (voiture, train, avion...). Chaque mode possède donc une valeur d'accessibilité nodale qui lui est propre.
- 9 Ces indices nodaux définissent le « capital spatial » des points, c'est-à-dire leur position plus ou moins privilégiée dans le graphe. Ils sont notamment utilisés dans une optique d'aide à la décision pour l'aménagement, afin d'apprécier les effets de différentes configurations de réseaux sur l'accessibilité des zones desservies.
- 10 Les indices globaux qualifient quant à eux les caractères généraux du réseau :
 - son diamètre : longueur du chemin le plus long, c'est-à-dire de la suite d'arcs joignant deux nœuds ;
 - sa connexité, qui décrit la continuité du réseau, à savoir, le fait qu'il existe ou non un chemin permettant de joindre l'ensemble des nœuds du réseau ;
 - ou encore sa connectivité qui définit le caractère plus ou moins complet du maillage¹. Plus cet indice est élevé, plus il existe de chemins différents reliant les nœuds deux à deux.
- 11 Toutefois, si ces indices de la théorie des graphes permettent de bien saisir la topologie du réseau et d'en décrire certains caractères généraux, ils n'en présentent pas moins des insuffisances, qui les rendent parfois partiellement inopérants.

B. Les insuffisances de la théorie des graphes

- 12 Les indices globaux, basés uniquement sur le nombre de liens et de nœuds, s'avèrent souvent insuffisamment discriminants pour distinguer des réseaux de taille proche. De plus, étant de nature topologique, ils négligent par définition la disposition spatiale du réseau (les orientations, les angles entre les lignes...) « pour ne s'intéresser qu'aux relations de voisinage, de continuité dans l'espace en oubliant les formes de la géométrie euclidienne » (Pumain, Saint-Julien, 1997). Comme le montre la figure 1, deux réseaux morphologiquement différents peuvent néanmoins être topologiquement identiques et avoir des indices égaux.

Fig. 1

Les réseaux R1 et R2 sont topologiquement identiques



d'après D. Pumain, T. Saint-Julien. *L'analyse spatiale*, A. Colin, 1997.

- 13 Par ailleurs, ne faisant pas référence à l'espace euclidien, ces indices ne permettent pas d'exprimer de « réalité physique ». Il est ainsi impossible d'établir de lien entre des différences en valeurs absolues de la valeur d'une accessibilité nodale et une réalité physique tangible. Ces indices n'ont donc de valeur que dans des logiques comparatives.
- 14 Une autre insuffisance réside dans le fait que ces indicateurs ne permettent pas, à proprement parler, d'évaluer la structure du réseau. Ainsi, dans le calcul de l'accessibilité nodale, ce n'est pas réellement la qualité du réseau en chaque point qui est évaluée, puisque sont intégrées dans le calcul deux composantes différentes : d'une part les effets de la morphologie du réseau sur l'allongement des trajets, et, d'autre part, la position géographique du point. Aussi, un nœud situé au centre géométrique d'un ensemble aura une très forte probabilité d'avoir un meilleur indice qu'un nœud situé en périphérie, quel que soit le tracé du réseau. Cette influence de la localisation géographique explique que l'accessibilité mesurée décroît de façon quasi systématique du centre vers la périphérie du réseau. Aussi, l'indice d'accessibilité nodale apparaît davantage comme un indicateur d'isolement géographique, que comme une mesure de description de la pertinence du tracé du réseau. Toutefois, les récents travaux de Gutierrez (Gutierrez et al., 1998) permettent de supprimer en partie ce biais, pour réellement évaluer la structure du réseau, en prenant en compte les rapports entre les distances réseau et les distances euclidiennes correspondantes.
- 15 Enfin, une dernière insuffisance de la théorie des graphes réside dans le fait que les réseaux ne sont traités qu'à une seule échelle. Or, une vision interscalaire de notions telles que la proximité ou l'accessibilité permettrait de les envisager de façon plus riche. En effet, la morphologie d'un réseau peut par exemple favoriser les déplacements à courte portée au détriment des plus longs.
- 16 Ainsi, la théorie des graphes ne fournit qu'une réponse partielle à la problématique de l'évaluation des réseaux. Comme le disent D. Pumain et T. Saint-Julien (1997) : « la description de la forme des réseaux relève encore largement du langage imagé. Pourtant, il serait commode de pouvoir associer des indices simples à des formes de réseau qui correspondent à des relations au territoire et à des types d'organisation spécifiques ».

- 17 Afin de mieux décrire la friction qu'impose un réseau aux déplacements et pour mieux qualifier le rapport réseau-territoire, nous proposons d'utiliser une approche morphologique et spatiale, se basant sur la géométrie fractale².

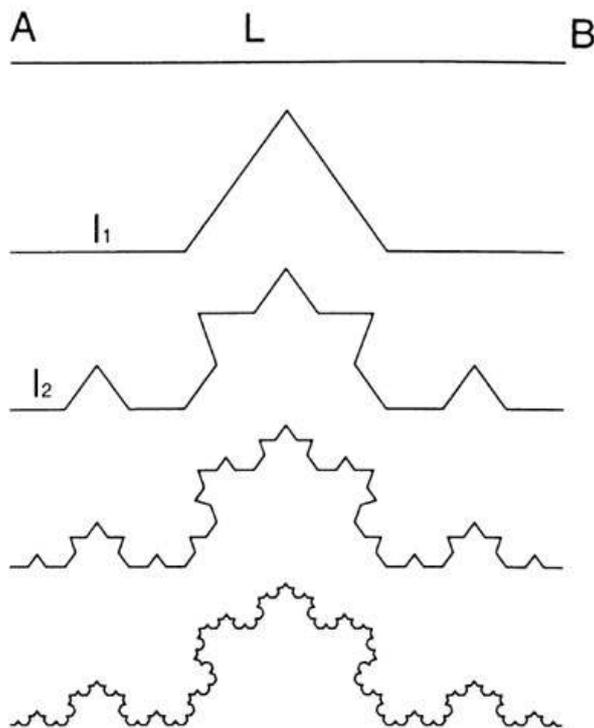
C. Une approche plus spatiale : la géométrie fractale

- 18 Pour décrire la forme d'un réseau, le principe le plus simple consiste à le comparer au réseau direct reliant par une ligne droite tous les points deux à deux. Une mesure de l'allongement, par rapport à la ligne droite, qu'impose un réseau pour aller de A à B, quelles que soient la direction et la portée du déplacement, permettrait de mesurer la qualité des liens induits, dont on peut penser que celle-ci conditionne en partie la nature et l'intensité des flux.
- 19 Cette mesure pourrait être morphologique, la friction étant considérée comme une fonction strictement linéaire de la distance, ou plus fonctionnelle, la friction combinant alors les effets de la longueur et de la nature des arcs, ainsi que des flux qui y circulent. La difficulté consiste à identifier et à décrire quantitativement la morphologie des trajets les plus courts qu'impose la structure d'un réseau.
- 20 Pour répondre à un tel objectif, la géométrie fractale semble être un outil adapté car, grâce à la notion de dimension non entière, elle permet de décrire à différents niveaux d'échelle des formes plus complexes que celles de la géométrie euclidienne (ligne droite, cercle...).
- 21 Après avoir introduit la notion de dimension non entière ou fractale, nous l'utiliserons comme descripteur de la morphologie des trajets induits par un réseau.

1. La notion de dimension non entière à travers la construction de la courbe de Von Koch

- 22 Soit un segment de droite AB de longueur L , que l'on divise par le facteur $r=1/3$ de façon à obtenir un segment de longueur $l_1 = 1/3 L$. Avec $N=4$ de ces segments de longueur l_1 , on construit une figure, telle que deux d'entre eux gardent leur place aux extrémités du segment initial, et que deux autres les relient en formant une pointe au milieu de la nouvelle figure (Frankhauser, 1994).

Fig. 2 : Construction de la courbe de Von Koch.



- 23 L'étape suivante consiste à remplacer à nouveau chaque segment engendré précédemment, par $N = 4$ segments de longueur $l_2 = r l_1 = r^2 L = (1/3)^2 L$, suivant le même processus.
- 24 Si l'on poursuit cette construction de manière itérative pour les étapes 3, 4... n, on s'aperçoit que la longueur AB tend vers l'infini, puisque de plus en plus de détours s'additionnent. Or, dans la géométrie euclidienne, on sait qu'un point constitue une figure de dimension 0, une ligne de dimension 1 et une surface de dimension 2. Dans le cas de la courbe de Von Koch, le fait que la longueur entre A et B croisse vers l'infini laisse supposer qu'en multipliant les détours, la courbe tend à couvrir de plus en plus la surface, donc à se rapprocher d'une figure à dimension deux. Pour autant, elle reste topologiquement une ligne, puisque dès que l'on enlève un point, elle est divisée en deux parties distinctes. Pour lever cette ambiguïté, la théorie des fractales a élargi le concept de dimension, en introduisant la possibilité de décrire de tels objets par des dimensions fractionnaires ou fractales. Dans le cas d'une ligne, plus la dimension tend vers 2, plus son tracé est irrégulier, c'est-à-dire plus elle a tendance à couvrir la surface. A contrario, plus elle est rectiligne, plus la dimension s'approche de 1. La géométrie euclidienne correspond donc aux cas limites de la géométrie fractale. La dimension fractale d'une ligne permet d'en caractériser la géométrie, la tortuosité, d'où son intérêt pour décrire les trajets sur un réseau.

2. Comment calculer la dimension fractale d'une ligne tortueuse ?

- 25 Prenons un compas d'écartement r_1 . Une approximation de la longueur de la ligne sera donnée par le nombre de fois où le compas est reporté d'une extrémité à l'autre (Gleick, 1991). Si la même ligne est mesurée avec un compas d'écartement r_2 , avec $r_2 = 1/2 r_1$, on observe que sa longueur croît. En effet, le compas prend en compte davantage de

détails, de sinuosités que dans le premier cas : il faut reporter plus de deux fois le compas d'écartement r_2 pour couvrir la distance que couvrirait celui d'écartement r_1 . Si l'on répète l'opération pour un écartement $r_3=1/4 r_1$, on trouve à nouveau une valeur plus grande, puisque de nouveaux détails sont sondés. La longueur de la ligne tend donc vers l'infini, jusqu'à une certaine limite où elle finit par redevenir un objet régulier, c'est-à-dire composée de segments de droite (Le Méhauté, 1990). Plus précisément, la longueur L de la ligne varie en fonction de la taille de l'écartement r selon la relation (Sapoval, 1992) : $L(r) \propto (L_{AB}/r)r^D$, avec : L_{AB} la distance à vol d'oiseau de A à B ; D la dimension fractale de la ligne.

- 26 Pour évaluer la dimension fractale D de la ligne, on place dans un graphe double logarithmique, en abscisse la longueur étalon, c'est-à-dire l'écartement du compas, et en ordonnée la longueur mesurée correspondante. La caractéristique de cette courbe est une droite si l'objet est fractal, c'est-à-dire s'il existe des détours de toutes les grandeurs. La pente, estimée par régression, donne la valeur de la dimension fractale D . Cette mesure caractérise le degré d'irrégularité, de rugosité de l'objet. La présence d'éventuelles ruptures dans la courbe permet de mettre à jour les possibles changements d'organisation interne de l'objet, selon l'échelle d'observation.
- 27 Dans le cas d'un réseau, on veut évaluer la dimension fractale des trajets les plus courts qu'induit sa structure, c'est-à-dire en mesurer la tortuosité. On cherche donc une valeur d_{min} vérifiant la relation $L_r = L_e^{D_{min}}$ (Gouyet, 1992) d'où $D_{min} = \log L_r / \log L_e$ avec : D_{min} la dimension fractale du plus court chemin ; L_e la distance euclidienne séparant un couple de point A et B ; L_r la distance réseau correspondante, c'est-à-dire la distance la plus courte parcourue sur le réseau pour joindre A et B.
- 28 Le principe de calcul vu précédemment est repris : pour chaque couple de points séparés par une distance euclidienne D_e , faisant office de longueur étalon, on évalue la distance réseau D_r correspondante. Puis, dans un graphe double logarithmique sont placés en abscisse le logarithme des longueurs euclidiennes, que l'on cumule à chaque étape, et en ordonnée le logarithme des distances réseau correspondantes, que l'on cumule également. La pente de la droite de régression donne la valeur de la dimension D_{min} . Plus elle tend vers 1 plus le réseau est efficace, c'est-à-dire moins il y a de différences entre les distances euclidiennes et les distances réseau. Au contraire une valeur tendant vers 2 révèle que le réseau impose une forte friction aux déplacements, donc qu'il tend à les allonger.
- 29 Afin d'établir un lien visuel entre tortuosité et dimension du plus court chemin, nous l'avons évalué pour quelques lignes-test, ainsi que l'allongement, qui est le pourcentage que représente la longueur réelle de la ligne, par rapport à la distance euclidienne joignant ses deux extrémités.
- 30 Ces exemples montrent que les valeurs D_{min} traduisent bien la plus ou moins grande tortuosité des lignes. Toutefois, bien qu'existe une bonne concordance avec les valeurs de l'allongement, il est impossible d'établir une relation directe entre ces deux indicateurs, qui ne mesurent pas rigoureusement la même chose. Dans un cas, le pourcentage d'allongement donne une valeur brute de la part que représentent les détours par rapport à la ligne droite, dans l'autre cas, D_{min} traduit davantage la variation de cet allongement en fonction de la portée euclidienne des déplacements envisagés.

- 31 Précisons de plus que la dimension fractale peut être très proche de 1 pour des courbes proches de la ligne droite, mais qu'elle reste néanmoins discriminante.

II. Application de la dimension fractale du plus court chemin à l'analyse du réseau viaire de la ville de Besançon

- 32 L'analyse est faite à partir d'une représentation du réseau au 1/5 000, permettant de prendre en compte les déviations de toutes tailles. Les distances réseau³ et les distances euclidiennes ont été calculées pour un ensemble de 150 points, soit 22 350 couples. Par ailleurs, des tests complémentaires ont montré que le nombre de points pris en compte dans le calcul n'influence pas les mesures, s'il est toutefois assez élevé pour permettre une bonne représentativité des différents types de trajets.

A. Aspect structurel du réseau

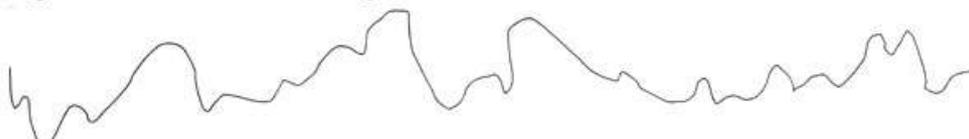
- 33 La mesure de la dimension du plus court chemin est dans un premier temps morphologique, c'est-à-dire qu'elle n'intègre aucune fonctionnalité du réseau (sens interdits, flux de véhicules...). Dans ces conditions elle prend une valeur de 1,026, qui traduit le fait que les trajets induits par le réseau sont relativement proches de la ligne droite (fig. 3).

Fig. 3 : Calcul de D_{min} pour trois exemples de lignes à la tortuosité différente.

Ligne 1 : $D_{min} = 1,05$, allongement 112%



Ligne 2 : $D_{min} = 1,25$, allongement 167%



Ligne 3 : $D_{min} = 1,54$, allongement : 382 %



- 34 L'étude des variations locales de D_{min} montre par ailleurs que la dimension tend vers une valeur asymptotique de 1, lorsque les distances euclidiennes entre couples de points croissent. Par conséquent plus la distance à vol d'oiseau est grande, moins le trajet est tortueux. D_{min} est ainsi égale à 1,1 pour les trajets joignant les points séparés par des distances euclidiennes inférieures à 400 mètres, de 1,04 pour des distances de 600 à 1 000 mètres, puis de 1,03 celles supérieures à 2 000 mètres. Cette baisse de la dimension s'explique par la variation de la part que représentent les détours par rapport à la distance euclidienne séparant les points. Plus cette distance est courte, plus le moindre détour pèse d'un poids relatif important. Au contraire, il est rare que

l'allongement soit suffisamment important pour représenter une part élevée de la distance euclidienne pour les trajets les plus longs.

- 35 De plus, cette décroissance de la tortuosité ne se fait pas de façon régulière, puisque l'on constate l'existence d'un seuil pour des trajets euclidiens de 500 mètres. En dessous de ce seuil la tortuosité est relativement importante, puis elle diminue assez brusquement pour les trajets de portée plus grande. Cette brusque diminution s'explique par le fait que les trajets euclidiens de moins de 500 mètres correspondent très souvent à des trajets entre les bordures d'un même îlot. Comme, en général, aucune route ne le traverse, le chemin le plus court, contraint de contourner les bâtiments, a tendance à s'allonger. Au contraire, au-dessus de ce seuil, les trajets correspondent à des déplacements d'îlot à îlot, pour lesquels existe en général une route plus directe et pour lesquels la part représentée par les détours devient moins importante.
- 36 Une analyse de la dimension du plus court chemin par classe de trajet permet donc de montrer pour quel type de déplacement la structure du réseau est la plus pertinente.
- 37 Ces observations faites à partir de la dimension fractale ont par ailleurs été confortées par le calcul de la moyenne du rapport entre distance réseau et distance euclidienne. Ce rapport, de 1,26 en moyenne, tend également vers 1 lorsque les distances euclidiennes augmentent : de 1,82 pour les trajets de moins de 500 mètres à 1,2 pour ceux de plus de 2 500 mètres.
- 38 Cette variation conjointe, et dans des proportions très semblables, de la dimension fractale et du rapport entre distance réseau et distance euclidienne tend donc à conforter la pertinence du calcul de la dimension.
- 39 La diminution de l'allongement des trajets reliant des points de plus en plus éloignés à vol d'oiseau, montre donc, qu'en milieu urbain, il n'y a pas de proportionnalité directe entre distance euclidienne et distance parcourue. L'évaluation des coûts de déplacement peut dans un second temps être affinée, les plus coûteux proportionnellement semblant être les plus courts.
- 40 Notons que la mise en relation de la distance euclidienne, de la distance réseau et de la dimension fractale n'est pas la seule possible. En effet, d'autres distances permettent de définir des espaces métriques, des espaces à « métriques faibles » et des espaces ultramétriques. Dans ces deux derniers cas, les espaces sont basés sur des distances pour lesquelles l'ensemble des conditions nécessaires à la définition mathématique d'une distance : non négativité, identité, symétrie et inégalité triangulaire, n'est pas respecté (Huriot, Perreur, 1990). La distance mentale, c'est-à-dire celle qui est ressentie par les utilisateurs en est un exemple. Dans un autre contexte, des comparaisons des espaces induits par ces différentes métriques seraient sans doute intéressantes, et permettraient par exemple de montrer dans quelle mesure ces autres formes de distance peuvent être reliées à la dimension fractale.
- 41 Une autre forme de comparaison a toutefois été menée, en analysant différents types de réseaux. La dimension du plus court chemin a ainsi été évaluée, pour les mêmes points que pour le réseau de Besançon, pour un réseau du type Manhattan, sur lequel les déplacements ne peuvent se faire que verticalement et horizontalement.
- 42 La métrique de ce réseau est souvent utilisée pour approcher les longueurs réelles des déplacements, car on postule qu'elle constitue une meilleure approximation des distances qu'une métrique euclidienne⁴.

- 43 Les valeurs de la dimension de ce réseau (1,031) et de la moyenne du rapport distance-réseau/distance euclidienne (1,29), supérieures à celles du réseau de Besançon, traduisent le fait qu'un réseau de Manhattan induit des trajets plus tortueux que ceux du réseau complexe et diversifié de Besançon.
- 44 Enfin, la dimension du plus court chemin a été calculée pour d'autres types de réseau moins complexes, par exemple radioconcentrique (semblable à bon nombre de réseaux de transport en commun urbains). La dimension de 1,25, qui tombe à 1,15 si l'on ajoute un périphérique à ce réseau en étoile, traduit le caractère très incomplet de la morphologie de ce type de réseau, qui induit des allongements de trajets importants en imposant un passage quasi systématique par le centre.
- 45 À travers ces différents exemples, nous pouvons constater que la dimension fractale du plus court chemin permet de décrire quantitativement la tortuosité des trajets qu'induit un réseau, quelle qu'en soit la portée. Cet indicateur pourrait, de plus, permettre de comparer les réseaux de différentes villes pour, dans un second temps, établir une éventuelle corrélation entre tortuosité et consommation d'énergie, pollution émise ou intensité des flux.

Fig. 4 : Représentation partielle du réseau viaire de Besançon



0 1 km 2 km
Source : Mairie de Besançon

B. Une analyse par quartier

- 46 Outre le réseau de Besançon dans son ensemble, une analyse plus spécifique a été menée sur les réseaux de trois quartiers de la ville : le centre-ville, parfaitement délimité par un méandre du Doubs qui l'enserme complètement ; un quartier ancien jouxtant le centre-ville : les Chaprais ; un quartier plus récent construit ex nihilo dans les années 60 : Planoise.

- 47 Pour le centre-ville, la dimension égale à 1,032 s'avère supérieure à celle évaluée pour l'ensemble du réseau. Elle tend vers 1 pour des distances euclidiennes croissantes. La dimension étant de 1,03 pour un réseau de type Manhattan reliant les mêmes points, nous pouvons conclure que le réseau du centre ville produit des trajets très proches de ceux d'un réseau rectilinéaire, ce que tend par ailleurs à confirmer la ressemblance visuelle entre les deux réseaux.
- 48 Pour les deux autres quartiers, la dimension est peu différente de celle du centre-ville, bien qu'un peu supérieure : 1,045. Toutefois le réseau de Planoise se singularise pour les trajets de courte portée, c'est-à-dire de moins de 500 mètres, pour lesquels la dimension, égale à 1,13, est nettement plus forte que celles jusqu'ici observées. Cette forte tortuosité s'explique par la morphologie particulière du bâti de Planoise, qui est constitué de grandes barres, longues de plusieurs centaines de mètres parfois. Les rues, contraintes de contourner ces îlots, tendent à provoquer l'allongement des trajets.
- 49 L'étude par quartier permet de constater, d'une part que le réseau du centre-ville se singularise en induisant des trajets morphologiquement très proches de ceux d'un réseau de type Manhattan, et, d'autre part, que les morphologies des quartiers anciens semblent plus propices que celles des nouveaux quartiers aux déplacements pédestres pour les trajets à faible portée. Ces quartiers, faits de grandes barres et de vastes îlots, en allongeant les trajets, favorisent donc les déplacements motorisés au détriment des déplacements pédestres de proximité.
- 50 Notons enfin que, pour chacun des réseaux de quartier, nous avons calculé l'indice de connectivité de la théorie des graphes, qui traduit le caractère plus ou moins complet du maillage des réseaux. Cet indice ne permet pas d'aboutir aux mêmes conclusions puisque, le réseau des Chaprais apparaît par exemple comme plus connectif que celui du centre-ville, alors que dans la réalité ce dernier permet les trajets les plus directs.

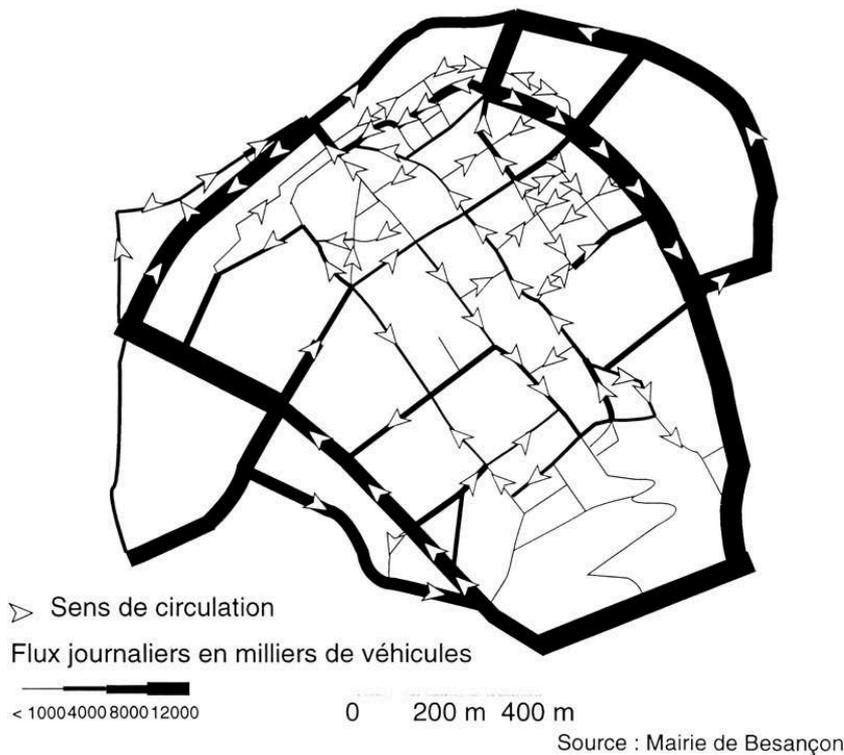
C. Impacts des aspects fonctionnels du réseau sur son accessibilité

- 51 Après avoir considéré les réseaux sous le seul angle morphologique, différents aspects de leur fonctionnalité : sens de circulation, nature des voies et flux de circulation, vont être intégrés. On cherche ici à évaluer l'influence de la fonctionnalité d'un réseau sur son « accessibilité », c'est-à-dire sur la facilité qu'il offre aux déplacements.

1. Prise en compte des sens de circulation

- 52 La prise en compte dans le calcul des plus courts chemins des très nombreux sens uniques du centre-ville (fig. 5), conséquence de l'étroitesse des rues et d'un plan de circulation visant à canaliser les flux sur certains axes, a conduit à une valeur de dimension de 1,066. L'introduction des sens de circulation induit donc logiquement une augmentation de la tortuosité des trajets. La diminution de la dimension en fonction de la portée des déplacements, de 1,12 pour des portées de moins de 400 mètres, à 1,05 pour des portées de plus de 800 mètres s'expliquant à nouveau par la variation de la part que représentent les détours par rapport à la longueur du trajet euclidien.

Fig. 5 : Les flux de circulation dans le centre ville de Besançon.



2. Les flux générateurs de friction : de la distance au temps

- 53 La capacité des tronçons de routes à permettre des vitesses de déplacement différentes, en fonction de leur nature (double voie par exemple), mais aussi des flux de véhicules les parcourant, a été prise en compte. En effet, ces flux tendent à diminuer les vitesses et à générer de la friction : la circulation est d'autant plus fluide que les rues sont désertes. Ainsi, une vitesse a été affectée à chaque tronçon en fonction du flux de véhicules journalier qui y est mesuré. La vitesse V_{AB} sur le tronçon de route AB a été fixée par la relation : $V_{AB} = 50 / Flux_{AB}$ avec $Flux_{AB}$ la valeur du flux journalier en milliers de véhicules sur le tronçon AB. Ainsi, plus le flux est faible plus on se rapproche de la vitesse de déplacement maximale autorisée en ville (50 km/h). Même si ce mode de calcul est quelque peu arbitraire et qu'un calibrage précis de la perte de vitesse en fonction de l'intensité du flux devrait, en toute rigueur, être réalisé, il fournit néanmoins des valeurs de vitesse proches de la réalité (de 9 à 50 km/h pour des flux variant de 1 000 à 15 000 véhicules). Par ailleurs des corrections ont été apportées pour les quelques tronçons présentant des caractéristiques particulières (double voies) et pour lesquels le calcul précédent ne donnait pas de résultats satisfaisants.
- 54 Toutefois, pour réellement mesurer l'impact des flux et de leurs corollaires, les encombrements sur la facilité de déplacement qu'induit le réseau, il conviendrait de mener une étude comparative entre la situation pendant une heure de pointe et celle pendant une heure creuse. Ne possédant que la moyenne journalière des flux, nous avons postulé que cette valeur correspondait aux heures de pointe, les heures creuses étant assimilées à la situation sans flux étudiée précédemment.

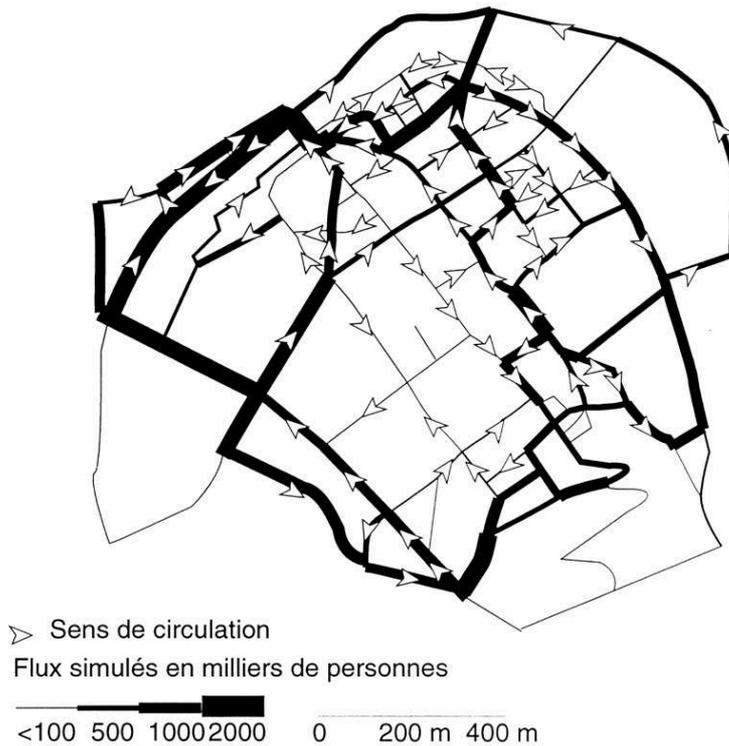
- 55 En introduisant des vitesses de déplacement différenciées, la friction ne sera plus exprimée en distance mais en temps : $F_{AB} = L_{AB} / V_{AB} = T_{AB}$ avec F_{AB} la friction sur l'arc AB, L_{AB} la longueur de l'arc AB, V_{AB} la vitesse sur et T_{AB} le temps mis pour joindre A et B.
- 56 On cherche donc à connaître le temps passé pour joindre des points séparés par des distances euclidiennes croissantes, en observant comment l'utilisation du réseau par n personnes pendant une heure de pointe, diminue son accessibilité pour toute personne supplémentaire souhaitant se déplacer à cet instant. Dans ce cas, les chemins seront les plus courts en temps, mais pas en distance, puisque l'individu supplémentaire, supposé parfaitement informé, évitera les rues encombrées, pour prendre une sorte « d'itinéraire le plus court d'ordre deux ».
- 57 Ici, le réseau est donc comparé à un réseau idéal théorique joignant tous les points deux à deux par des lignes droites, sur lesquelles il est permis de circuler à 50 km/h. Le calcul de la dimension du plus court chemin reste inchangé, car l'attribution d'une valeur de friction particulière à chaque arc revient schématiquement à considérer un autre réseau, qui correspondrait à une déformation non uniforme du réseau initial en fonction des valeurs de friction.
- 58 La valeur de la dimension est de 1,409, donc très supérieure aux valeurs obtenues jusqu'ici. Cette forte valeur exprime la baisse de la performance du réseau, conséquence de l'intégration des flux comme générateurs d'impédance. La friction imposée par le réseau apparaît donc plus forte en termes de temps qu'en termes de distance.
- 59 Le calcul de la qualité de l'accessibilité intégrant les flux montre que cette accessibilité ne peut pas se résumer à la facilité d'aller de A à B, mais qu'elle doit également intégrer la possibilité de le faire en nombre. Cette seconde composante « capacitaire » de l'accessibilité n'est que rarement prise en compte, bien qu'elle puisse peser fortement sur la performance d'un réseau, en obligeant notamment une partie des flux à se redistribuer sur des chemins les plus courts d'ordre deux.
- 60 La longueur réelle des déplacements et leur durée ne semblent donc pas directement fonction de la distance euclidienne entre origine et destination, chacune de ces deux grandeurs ayant son propre comportement scalant.

3. La charge maximale d'un réseau

- 61 Afin de prévenir les effets de la circulation sur la qualité d'accessibilité d'un réseau, il convient de calibrer correctement les voies en fonction des flux qu'elles sont amenées à supporter, et d'assurer le maximum de sécurité aux arcs les plus stratégiques, c'est-à-dire qui entrent le plus souvent dans le tracé d'un plus court chemin. Il peut donc être intéressant dans cette optique de dresser une carte d'utilisation maximale théorique du réseau, simulant des flux potentiels à partir de la localisation de la population.
- 62 Pour construire cette carte, on affecte la population à un ensemble de points situés sur le réseau. Puis, on postule que la population du point i veut aller simultanément en tous les points j. On affecte alors la valeur de cette population à tous les tronçons de routes qui ont été parcourus, c'est-à-dire qui sont entrés dans un des plus courts chemins reliant i à un des points j. Cette opération est ensuite répétée pour l'ensemble des points j. En sommant par tronçon ces flux théoriques, on obtient une carte de charge maximale du réseau, qui correspond au cas où la population affectée à chaque point se rend simultanément en tous les points. Les arcs où le flux théorique est le plus

important sont ceux qui sont amenés à supporter le plus de véhicules, dans le cas extrême où toute la population se rendrait au même endroit. On se place donc dans le cas d'un raisonnement « au pire, par tronçon », c'est-à-dire que l'on observe, pour chaque tronçon, la situation la plus critique qu'il peut rencontrer.

Fig. 6 : Carte de charge maximale du réseau du centre-ville pour les déplacements de plus de 1 000 mètres à vol d'oiseau



- 63 De plus, cette carte fait également apparaître les tronçons les plus sensibles qui sont ceux qui entrent le plus souvent dans le tracé d'un plus court chemin, et dont la coupure entraînerait d'importantes modifications d'itinéraires, donc une forte perte d'efficacité du réseau.
- 64 Bien que cette carte soit assez théorique, elle fournit néanmoins une information intéressante quant à l'importance stratégique des tronçons de rues. Par exemple, réalisée pour un centre ville et pour des flux piétonniers, elle apporterait des données intéressantes à une société souhaitant implanter des affiches publicitaires. En les plaçant dans les tronçons entrant le plus souvent dans des tracés de plus court chemin, donc qui sont les plus fréquentés, elle pourrait être certaine de leur impact.
- 65 Une carte de charge maximale a été réalisée pour le centre-ville de Besançon. Elle ne prend en compte que les déplacements correspondant aux trajets de plus de 1 000 m à vol d'oiseau entre les différents points auxquels la population a été affectée, c'est-à-dire les déplacements dont on peut penser qu'ils seront motorisés, la marche ou le vélo restant les principaux modes de déplacement en dessous de cette limite.
- 66 Cette carte montre la distribution sur le réseau des flux théoriques motorisés internes au centre-ville, dans le cas où les sens de circulation sont pris en compte. Ces flux sont relativement faibles, car seuls 108 couples de points sont distants de plus de 1 000 mètres à vol d'oiseau. Toutefois, même s'ils ne sont pas égaux aux flux réels, qui ont

pour la plupart une origine externe au centre et qui ne font qu'y transiter, on peut néanmoins noter une grande similitude au niveau des arcs utilisés. En effet, sur la carte des flux simulés, les 115 arcs (sur un total de 155) qui sont empruntés par un parcours de plus court chemin, sont également ceux où l'on observe les flux réels les plus importants. Le système de sens interdits mis en place semble donc bien remplir sa fonction qui est de rejeter au maximum les flux en dehors de l'hyper-centre. Précisons, de plus, que l'intégration de la fonctionnalité des arcs aurait sans doute conduit à une similitude plus frappante. La vérification de cette hypothèse et la comparaison de la carte de charge maximale et de la carte des flux réels pour l'ensemble de la ville, échelle à laquelle la perturbation engendrée par les flux exogènes joue moins, constituent des pistes possibles d'investigation⁵.

Conclusion

- 67 La géométrie fractale, par son approche plus spatiale que celle de la théorie des graphes, s'avère donc capable de décrire la morphologie des réseaux. Ainsi, la dimension fractale du plus court chemin se révèle être un indicateur original décrivant la friction qu'impose la structure d'un réseau aux déplacements, en mesurant la tortuosité des trajets qu'il induit, c'est-à-dire leur allongement par rapport à la ligne droite. La dimension du plus court chemin permet donc d'évaluer de quelle façon le réseau modifie la relation de proximité entre les points que définit la distance euclidienne, quelle que soit la portée du déplacement, donc l'échelle considérée. Cette approche interscalaire, qui permet à l'aide d'un paramètre unique de décrire la configuration des tracés, quelle que soit la portée du déplacement, constitue le principal avantage de l'approche fractale.
- 68 Un tel paramètre global de description de la qualité des réseaux, intégrant à la fois leurs aspects structurels et leurs fonctionnalités, devrait conduire à mieux les évaluer, en permettant notamment de réaliser des liens entre morphologie des réseaux et mobilité. Ainsi, il serait par exemple intéressant de mesurer dans quelle mesure la tortuosité du réseau, qualifiée par la dimension fractale du plus court chemin, influence la mobilité dans ses différentes composantes : un réseau très tortueux décourage-t-il la mobilité ? un réseau très direct pour les déplacements de courte distance favorise-t-il le mode piétonnier ? Une telle approche descriptive globale pourrait être utilisée en matière d'aide à la décision pour l'élaboration des plans de circulation.
- 69 Notons enfin que cette analyse de la proximité fonctionnelle entre des points peut aider à changer notre perception de l'espace, généralement considéré comme homogène et isotrope. Ce type d'analyse est au cœur même de la géographie qui, par définition, se préoccupe des interrelations entre un lieu et ce qui l'entoure à différentes échelles.

BIBLIOGRAPHIE

- Benguigui L., Daoud M. (1991). — Is the suburban railway system a fractal ?, *Geographical Analysis*, 23, (4).
- Curien N., Dupuy G. (1997). — *Réseaux de communication - Marches et territoires*, Paris, Presses de l'École Nationale des Ponts et Chaussées.
- Dupuy G. (1993). — Économie et géographie des réseaux, *L'espace géographique*, n° 3, pp. 193-209.
- Dupuy G. (1996). — *Réseaux, espace et proximité*, École thématique CNRS « Proximités urbaines ». Aussois.
- François N. (1997). — *Méthode d'application de la géométrie fractale à la description des systèmes de villes et des réseaux de transport*, Thèse de doctorat, Université Paris 1.
- Frankhauser P. (1994). — *La fractalité des structures urbaines*, Paris, Anthropos.
- Gleick J. (1991). — *La théorie du Chaos, vers une nouvelle science*, Paris, Flammarion.
- Gouyet J.F. (1992). — *Physique et structures fractales*, Paris, Masson.
- Gutiérrez J., Monzón A., Pinero J.M. (1998). — Accessibility, network efficiency, and transport infrastructure planning, *Environment and Planning*, volume 30, pp. 1357-1350.
- Huriot J.M., Perreur J. (1990). — Distances, espaces et représentations, une revue, *Revue d'Économie Régionale et Urbaine*, n° 2, pp. 197-237.
- Kansky K. (1963). — *The structure of transportation networks*, University of Chicago : Departement of Geography, Research Paper n° 84.
- Le Mehaute A. (1990). — *Les géométries fractales : l'espace-temps brisé*, Traité des nouvelles technologies, Paris, Hermes.
- Mandelbrot B. (1995). — *Les objets fractals - Formes, hasard et dimension*, Paris, Flammarion, coll Champs.
- Pumain D., Saint-Julien T. (1997). — *L'analyse spatiale*, Paris, A. Colin.
- Sapoval B. (1992). — *Universalité et fractales*, Paris, Flammarion.

NOTES

1. Kansky (1963) a par exemple établi une corrélation positive entre le niveau de développement d'une région et la connexité de ses réseaux de transport terrestres.
2. L'approche fractale a déjà été utilisée pour décrire les réseaux de transport, notamment par L. Benguigui et M. Daoud, 1991 et N. François, 1997.
3. Les distances réseau sont évaluées grâce au SIG Arc Info utilisant un algorithme de plus court chemin.
4. Ce postulat, vrai pour les villes ayant des plans en damiers (États-Unis notamment), est sans doute à nuancer pour les villes ayant des réseaux viaires plus complexes.
5. En l'absence de données à cette échelle, une telle comparaison n'a pour l'instant pas été possible.

RÉSUMÉS

L'approche traditionnelle des réseaux sous forme de graphes présentant des limites pour décrire les facilités de déplacement qu'induit la structure d'un réseau, nous introduisons une approche plus spatiale, basée sur la géométrie fractale, pour décrire l'accessibilité fournie par un réseau. Après avoir analysé les aspects structurels du réseau, nous en étudions les composantes fonctionnelles, en observant notamment les effets des flux sur la mesure de l'accessibilité.

As the traditional approach to networks in the form of graphs has limitations for describing the moving facilities allowed by the structure of a network, we will introduce a more spatial approach based on fractal geometry to describe the accessibility provided by a network. After analysing the structural aspects of the network, we will study its functional components, notably by observing the effects of flows on the measure of accessibility.

Während die traditionelle Anwendung der Netze in Form von Graphen nur eingeschränkt die Möglichkeiten der Fortbewegung, die aus der Struktur eines Netzes folgt, beschreiben können, wird hier eine mehr räumliche Anwendung eingeführt, gestützt auf die fraktale Geometrie, um die durch ein Netz gezeigte Erreichbarkeit beschreiben zu können. Nach der Analyse der strukturellen Aspekte des Netzes werden die funktionellen Faktoren untersucht, indem namentlich die Auswirkungen der Ströme auf das Ausmass der Erreichbarkeit zu betrachten sind.

INDEX

Keywords : accessibility, fractal geometry, graphs theory, morphology, network

Mots-clés : accessibilité, géométrie fractale, morphologie, réseau, théorie des graphes

Schlüsselwörter : Erreichbarkeit, fraktale Geometrie, Morphologie, Netz, Theorie der Graphen

AUTEUR

CYRILLE GENRE-GRANDPIERRE

IRADES@THEMA-UPRESA 6049 du CNRS - Université de Franche-Comté - 32, rue Mégevand 25030
Besançon Cedex